

Metzler70

energie und Energieerhaltung

1.3.6 Stoßvorgänge

Üben zwei oder mehrere Körper kurzzeitig Kräfte aufeinander aus, so wird dieses Ereignis als *Stoß* bezeichnet. Ein Stoß ist z. B. die Kollision zweier Billardkugeln oder zweier Kraftfahrzeuge (Abb. 70.1), der Zusammenprall zweier Gleiter, zwischen denen sich eine Feder befindet, auf der Luftkissenfahrbahn oder die Wechselwirkung eines α -Teilchens mit einem Atomkern (Abb. 70.2). Bei einem Stoß müssen die beteiligten Körper nicht notwendig Kontakt haben, sondern die Kraft zwischen ihnen kann auch wie im Beispiel des α -Teilchens durch ein Feld übertragen werden.

Stoßprozesse stellen eine wesentliche Forschungsmethode der modernen Physik dar (\rightarrow S. 530). In Teilchenbeschleunigern werden z. B. Elektronen auf hohe Energien beschleunigt und mit anderen Teilchen zur Kollision gebracht. Aus den Resultaten dieser Stoßprozesse werden wichtige Erkenntnisse über die Bausteine der Materie und die zwischen ihnen wirkenden Kräfte gewonnen.

Alle Stoßvorgänge lassen sich ohne Kenntnis dessen, was beim Stoß im Einzelnen vor sich geht, allein durch die beiden *Erhaltungssätze* für den Impuls und für die Energie genau beschreiben. Dabei muss sichergestellt sein, dass es sich um *abgeschlossene Systeme* handelt, also um Systeme, die alle am Stoß beteiligten Körper umfassen und in denen zwischen den Körpern nur innere Kräfte (\rightarrow 1.2.6) wirksam sind.

Ein Stoß zwischen Körpern setzt die Bewegung mindestens eines Körpers voraus, d. h. es existiert kinetische Energie. Es werden *elastische* Stöße und *unelastische* Stöße unterschieden, je nachdem ob die kinetische Energie erhalten bleibt oder nicht.

Bei einem **elastischen** Stoß bleibt die kinetische Energie erhalten, bei einem **unelastischen** Stoß gilt der Energieerhaltungssatz der Mechanik nicht.



70.1 Vollkommen unelastischer Stoß zweier Autos. Die kinetische Energie wird bei der Verformung in Wärmeenergie umgewandelt.

70

Metzler71

Zentraler unelastischer Stoß

Beim *vollkommen unelastischen Stoß* zweier Körper bewegen sich beide Körper nach dem Stoß gemeinsam weiter. Nach dem Impulserhaltungssatz ist die Summe der Impulse der beiden Körper vor dem Stoß gleich dem Impuls des Körpers, der sich aus den beiden Körpern zusammensetzt, nach dem Stoß.

Für einen zentralen Stoß, also einen Stoß längs einer Geraden, lässt sich die Vektoreigenschaft der Impulse durch das Vorzeichen erfassen:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Da die Geschwindigkeiten beider Körper nach dem Stoß gleich sind, also $v'_1 = v'_2 = v'$, gilt:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

Damit ist die Geschwindigkeit nach dem Stoß

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Die kinetische Energie nach dem Stoß

$$E'_{\text{kin}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2$$

ist kleiner als die vor dem Stoß

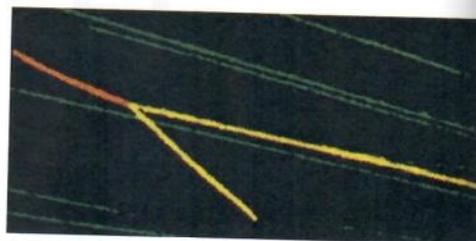
$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Die Differenz der kinetischen Energien

$$\Delta E = E_{\text{kin}} - E'_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2$$

ist beim Stoß in Wärmeenergie umgewandelt worden und als thermische Energie in den am Stoß beteiligten Körpern enthalten (\rightarrow 4.3.1).

Ein Sonderfall liegt vor, wenn die beiden stoßenden Körper gleiche Masse und entgegengesetzt gleiche Geschwindigkeiten haben. In diesem Fall ist $v' = 0$ und auch die kinetische Energie nach dem Stoß $E'_{\text{kin}} = 0$. Die gesamte kinetische Energie der stoßenden Körper wird in eine andere Energieform umgewandelt. Dieser Effekt wird in Teilchenbeschleunigern zur Erzeugung neuer Teilchen benutzt.



70.2 Stoß eines α -Teilchens mit einem Stickstoffkern. Die Bahn des α -Teilchens ist gelb, die des Stickstoffkerns rot dargestellt.

Zentraler elastischer Stoß

Im Gegensatz zum unelastischen Stoß, bei dem kinetische Energie in innere, nicht mechanische Energie umgewandelt wird, kann der elastische Stoß dadurch charakterisiert werden, dass bei ihm im Idealfall die Summe der kinetischen Energien der Stoßpartner vor und nach dem Stoß gleich bleibt.

Für den **elastischen Stoß** gilt neben dem Erhaltungssatz für den Impuls auch die Erhaltung der kinetischen Energie:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad \text{und} \quad E_{\text{kin}1} + E_{\text{kin}2} = E'_{\text{kin}1} + E'_{\text{kin}2}$$

Für einen zentralen Stoß ergibt sich ein System von zwei Gleichungen, aus denen die Geschwindigkeiten v'_1 und v'_2 nach dem Stoß berechnet werden können:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$

Eine Umformung beider Gleichungen führt zu

$$m_1 (v_1 - v'_1) = m_2 (v'_2 - v_2) \quad \text{und}$$

$$m_1 (v_1^2 - v'^2_1) = m_2 (v'^2_2 - v_2^2).$$

Eine einfache Auflösung dieses Gleichungssystems ergibt sich, wenn beide Seiten der zweiten Gleichung durch die Terme auf beiden Seiten der ersten Gleichung dividiert werden (Voraussetzung $v_1 \neq v'_1$):

$$v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2$$

Zusammen mit der Gleichung für die Impulse ergibt sich ein lineares Gleichungssystem:

$$v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \quad \text{und} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2,$$

aus dem die Geschwindigkeiten v'_1 und v'_2 folgen:

$$v'_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (2 v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}, \quad v'_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1 (2 v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

Senkrechter elastischer Stoß auf eine Wand

Die Terme für die Geschwindigkeiten zweier Körper nach einem elastischen Stoß beschreiben auch den elastischen Stoß eines Körpers mit einer Wand. Dieser Vorgang ist dadurch gekennzeichnet, dass die Masse der Wand m_2 sehr viel größer ist als die Masse des stoßenden Körpers m_1 . Mit $v_2 = 0$ folgt

$$v'_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (-v_1)}{m_1 + m_2} \quad \text{und} \quad v'_2 = \frac{m_1 (2 v_1)}{m_1 + m_2}.$$

Division von Zähler und Nenner durch m_2 ergibt

$$v'_1 = \frac{\frac{m_1}{m_2} v_1 + (-v_1)}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \quad \text{und} \quad v'_2 = \frac{\frac{m_1}{m_2} (2 v_1)}{\frac{m_1}{m_2} + 1}.$$

In beiden Gleichungen steht im Zähler und Nenner der Quotient m_1/m_2 , der aufgrund des Massenverhältnisses de facto den Wert null hat. Damit ergibt sich das mit der Erfahrung übereinstimmende Ergebnis

$$v'_1 = -v_1 \quad \text{und} \quad v'_2 = 0.$$

Der Körper wird mit entgegengesetzter Geschwindigkeit von der Wand reflektiert.

Aufgaben

- Ein Wagen (Masse $m_1 = 4$ kg) prallt mit einer Geschwindigkeit $v_1 = 1,2$ m/s auf einen zweiten ($m_2 = 5$ kg), der sich in gleicher Richtung mit der Geschwindigkeit $v_2 = 0,6$ m/s bewegt.
 - Berechnen Sie die Änderungen der kinetischen Energien beim zentralen elastischen Stoß.
 - Bestimmen Sie die Lösungen, wenn die Wagen aufeinander zulaufen.
- Eine Stahlkugel der Masse m stößt zentral mit der Geschwindigkeit v gegen mehrere gleiche, die hintereinanderliegen und sich berühren. Begründen Sie, dass nur eine Kugel fortfliegt.
- Ein leerer Güterwagen A mit der Masse $m_A = 2,5 \cdot 10^4$ kg rollt auf einer horizontalen Strecke mit $v_A = 2,0$ m/s gegen einen stehenden Wagen B mit der Masse $m_B = 5,0 \cdot 10^4$ kg. Beide Wagen sind sogleich gekoppelt. Berechnen Sie die gesamte kinetische Energie vor und nach dem Stoß.
- Vor der Entwicklung der elektronischen Zeitmessung wurde die Geschwindigkeit von Geschossen dadurch bestimmt, dass das Projektil in einen Pendelkörper geschossen wurde. Das Geschoss blieb im Pendelkörper stecken und verursachte dadurch eine gemeinsame Schwingung.

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Geschosses vor dem Aufprall, wenn die Masse des Projektils $m = 9,5$ g und die Masse des Pendelkörpers $M = 5,4$ kg betrug und das Pendel bei der Schwingung eine Hubhöhe von $\Delta h = 6,3$ cm erreichte.

- Eine Kugel mit der Masse $m_1 = 3$ kg stößt mit der Geschwindigkeit $v_1 = 6$ m/s gegen eine zweite mit der Masse $m_2 = 2$ kg, die ihr mit der Geschwindigkeit $v_2 = -8$ m/s genau entgegenkommt. Nach dem Stoß hat die erste die Geschwindigkeit $v'_1 = -2,4$ m/s, die zweite die Geschwindigkeit $v'_2 = 4,6$ m/s, beide in umgekehrter Richtung als ursprünglich.
 - Berechnen Sie Impuls- und Energiesumme vor und nach dem Stoß.
 - Bestimmen Sie die Art des Stoßes und geben Sie den möglicherweise vorhandenen Unterschied betragsmäßig an.
- Bei realen elastischen Stößen setzt sich stets ein mehr oder weniger großer Teil der kinetischen Energie in thermische Energie um.

Bestimmen Sie aus der stroboskopischen Aufnahme einer springenden Stahlkugel die sogenannte Stoßzahl $e = v'/v$.



Bitte diese Herleitung komplett und gründlich nachvollziehen, Fragen dazu formulieren und das Ergebnis interpretieren können!