Physik- Klausur im Leistungskurs 13.2

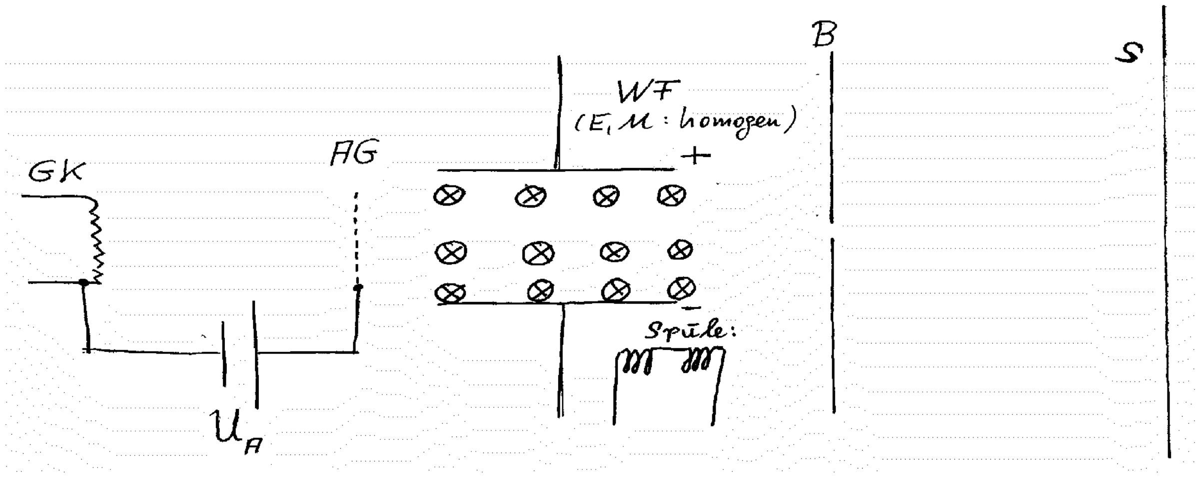
Aufgabe 1 (50 Punkte): Der Welle - Teilchen - Dualismus bei der Beugung von relativistisch schnellen Elektronen in einer Kathodenstrahlröhre.

a) Vorgaben:

Im folgenden Versuch werden Elektronen in einer evakuierten Röhre beschleunigt, in einem Wien-Filter nach ihrer Geschwindigkeit selektiert und anschließend durch eine spaltförmige Blende auf einen Leuchtschirm geschickt. Dort erzeugen die auftreffenden Elektronen schwache Lichtsignale, welche über eine empfindliche Optik (nicht eingezeichnet) erfasst und digital gespeichert werden können.

Die Anordnung „Glühkathode - Anodengitter" der Elektronenkanone hat eine Kapazität C, die im folgenden abgeschätzt werden soll. Die Geometrie bewegt sich dabei irgendwo zwischen den Grenzfällen „Plattenkondensator" und „Kugelkondensator" mit gleich großen, kreisförmigen Platten bzw. identischen Kugeln.

Für die Erzeugung des Magnetfeldes im Wien-Filter dient eine Spule, welche in der Mitte geringfügig auseinander gezogen ist. Das Feld kann im Inneren dabei als identisch mit dem einer gleichlangen, gleichmäßig gewickelten Spule angesehen werden.



Verwendete Größen:

Elektronenkanone:

Ausdehnung Glühkathode („GK") ≈ Ausdehnung Anodengitter („AG"): $D_K \approx 2$cm (Durchmesser)

Abstand GK - AG: a = 40cm   Beschleunigungsspannung U_A = 100kV

Wien - Filter („WF"):

elektr. Feldstärke E = 20kV/m   magn. Feldstärke B = 130µT

Felderzeugende Spule: Länge l = 4cm, Windungszahl n = 1.000, Durchmesser D_{Sp} = 3cm

Beugungsanordnung:

Spaltbreite Blende („B"): b = 0,10µm   Abstand Schirm („S") zu Blende: s = 50cm

b) Arbeitsaufträge:

1.1 Betrachte die oben dargestellte Anordnung „Glühkathode - Anodengitter“ als Kugelkondensator. Die Kapazität eines Kugelkondensators aus zwei identischen Kugeln des Radius R im Abstand a kann durch folgende Formel berechnet werden:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}}$$

Berechne zu dieser Anordnung die Kapazität C. (3P)

1.2 Berechne die in der Spule des Wien- Filters benötigte Stromstärke, um das genannte magnetische Feld zu erzeugen. (3P)

1.3 Beschreibe den Vorgang der Selbstinduktion in einer Spule und leite zunächst formelmäßig die Induktivität L sowie die magnetische Feldenergie W_{magn} in einer Spule her. Berechne die Induktivität L (zur Kontrolle und für die weiteren Aufgaben: 1.5: $L \approx 20$mH). (12P)

1.4 Durch einen Unfall wird die Stromversorgung der Spule im Wien- Filter unterbrochen und der Strom sinkt innerhalb von 50µs von ca. 4mA auf Null ab. Berechne den resultierenden Spannungsstoß betragsmäßig. (4P)

1.5 Berechne die Durchlassgeschwindigkeit des oben beschriebenen Wien- Filters und daraus den relativistischen Impuls (zur Kontrolle und für die weiteren Aufgaben: $p \approx 1{,}6 \cdot 10^{-22}$ kg m/s) und die <u>kinetische</u> Energie der durchfliegenden Elektronen. (6P)

1.6 Treffen monoenergetische Elektronen auf einen hinreichend engen Spalt, so erhält man dahinter auf einem Schirm typische Beugungsbilder. Erläutere dieses Phänomen qualitativ. Gehe dabei besonders auf die Interpretation der quantenmechanischen ψ- Funktion eines Materie-Teilchens ein und vergleiche diese mit der Intensitätsverteilung einer EM-Welle (6P)

1.7 Leite die Heisenberg’sche Orts- Impuls- Unschärferelation aus obiger Geometrie kommentiert her und erläutere das Ergebnis unter dem Aspekt „monoenergetisch“ quantitativ, indem Δp und daraus ΔE berechnet wird. (6P)

1.8 Berechne für obige Elektronen die De Broegli - Wellenlänge. Skizziere damit das erwartete Beugungsbild auf dem Schirm unter Angabe der Lage der Minima und Maxima bis zur 2. Ordnung . (6P)

1.9 Leite die angegebene Formel in Aufgabe 1.1 her. Tipp: Nutze die Definition der Kapazität über C=Q/U und berechne U, indem das Wegintegral über das superponierte elektrische Coulomb-Feld <u>beider</u> geladener Kugeln gebildet wird. (4P)

c) Zusatzinformationen

Relativistischer Impuls: $p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Relativistische Energie $E_0^2 = E^2 - c^2p^2$ mit der Gesamtenergie $E = E_0 + E_{Kin}$

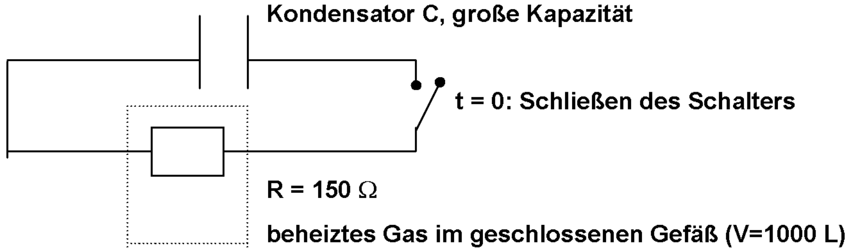
Ort-Impuls-Unschärferelation: $\Delta x \cdot \Delta p \geq h/(4\pi)$

Aufgabe 2 (50 Punkte): Thermodynamik - die Erwärmung eines idealen Gases durch zugeführte elektrische Heizenergie und der Carnot'sche Kreisprozeß.

a) Vorgaben:

Ein unbekanntes, als ideal anzunehmendes Gas wird untersucht. Dabei wird seine Wärmekapazität bestimmt. Hierzu liefert eine elektrische Heizung eine bestimmte Wärmemenge an ein „perfekt isoliertes" Gefäß (dessen Wärmekapazität ist zu vernachlässigen!) mit 1m³ dieses Gases als Inhalt. Zu Beginn der Messung misst man in diesem Behälter eine Temperatur von 21°C und einen Druck von 1000 hPa.

Der Heizstrom durch den (im Versuch als konstant anzunehmenden) Widerstand wird durch einen sehr großen Kondensator getrieben, die Stromstärke dabei (nicht eingezeichnet) gemessen. Nach einer Entladezeit von 45min liegt die Temperatur des Gases bei T=60°C.



Strom I in mA	330	220	150	98	80
Zeit t in min	10	30	50	70	80

b) Arbeitsaufträge:

2.1 Zeige kommentiert unter Verwendung der Kirchhoffschen Maschenregel und durch Lösung der dazugehörigen homogenen DGL unter Berücksichtigung der Randbedingungen, dass der Stromverlauf dieser Anordnung durch ein Exponentialgesetz der Form $I(t) = I_0 \cdot \exp(-t/T)$ beschrieben wird. Erläutere die Größen I_0 und T und verknüpfe diese mit anderen Größen dieser Anordnung. (6P)

2.2 Stelle die obigen Messwerte für den zeitlichen Stromverlauf in geeigneter Darstellung graphisch dar und bestimme aus diesem Diagramm zeichnerisch (!) die Größen I_0 und T und daraus U_0 und die Kapazität C des Kondensators. (12P)

2.3 Berechne mit den Werten aus Aufgabenteil 2.2 die in den ersten 45 Minuten freigesetzte Wärmemenge Q. (zur Kontrolle: $Q \approx 30$kJ) (4P)

2.4 Berechne die Stoffmenge n des Gases. (zur Kontrolle: $n \approx 40$mol) (3P)

2.5 Berechne den Druck des Gases nach 45min. (3P)

2.6 Berechne aus 2.3 und 2.4 die Wärmekapazität C_V und die molare (pro 1 mol des Gases) Wärmekapazität $c_{m.V}$ dieses Gases beim hier gegebenen konstantem Volumen V. (4P)

2.7 Treffe anhand C_{mV} begründete Aussagen über die Art des Gases, in dem Du die Zahl der hier wirksamen Freiheitsgrade ermittelst. (4P)

2.8 Zeichne den gesamten idealen Carnot'schen Kreisprozess für eine angenommene Stoffmenge von 10mol eines beliebigen Gases mit T_1=150°C und T_2=300°C für eine Wärmekraftmaschine, welche komprimiert ein Volumen von 100L und expandiert ein Volumen von 300L hat, in einem V-p-Diagramm (also p gegen V...). Beschreibe den Prozess in den einzelnen Phasen und berechne die verrichtete Arbeit pro Zyklus und den theoretischen Wirkungsgrad dieser Maschine. (14P)

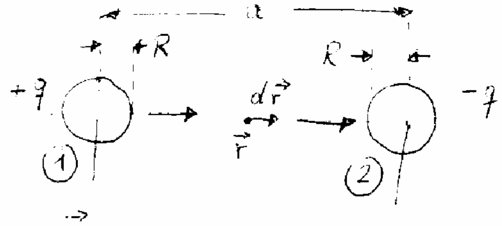
c) Zusatzinformationen

Zustandsgleichung für ideale Gase: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

ideales Gas bei isochoren Bedingungen: $c_{m,V} = \frac{1}{2} f R$ mit f = Zahl der Freiheitsgrade

Musterlösung zur Physik-LK-Klausur 13.2 vom 22.02.2010

Herleitung zu 1.1 (1.9)



i a) Lege vom Mittelpunkt der linken Kugel (1) als Ursprung aus. $\vec E_1$ und $\vec E_2$ zeigen beide in Richtung des Weges $d\vec r$!

ii) $U = \int_{\vec r_1}^{\vec r_2} \vec E(\vec r)\, d\vec r$ allgemein

$$= \int_R^{a-R} \left[E_1(r) + E_2(r)\right] dr$$

wg. $\vec E\, d\vec r = E\, dr$ hier! und weg entlang Achse

$$= \int_R^{a-R} \left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{(a-r)^2}\right] dr$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^{a-R}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{1}{(a-r)^2}\right] dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\int_R^{a-R}\frac{1}{r^2}\,dr + \int_R^{a-R}\frac{1}{(a-r)^2}\,dr\right\}$$

iii) Integrieren: $\int_R^{a-R}\frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{1}{r}\Big|_R^{a-R} = \frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}$

$$\int_R^{a-R}\frac{1}{(a-r)^2}\,dr = \int_{u(R)}^{u(a-R)}\frac{1}{u}\,\frac{dr}{du}\,du \quad \text{mit } u = a-r$$

$$= \int_{a-R}^{R}\frac{1}{u}\cdot(-1)\,du = \frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}$$

iv) zusammen

$$U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}\right]$$

1.1 v) $C = \frac{Q}{U} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}}$ q.e.d.

Sd

(1)

b) $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{0{,}01\,m} - \frac{1}{0{,}39\,m}} = \underline{0{,}57\ pF}$

$\underline{1.2/}$ $B = \mu_0 \frac{n}{l} \cdot J \iff J = \frac{B \cdot l}{\mu_0 n} = \frac{130\,\mu T \cdot 0{,}04\,m}{\mu_0 \cdot 1000}$

$\underline{J = 4{,}14\ mA}$

$\underline{1.3/}$ $B = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} \cdot J$ „Jeder Strom erzeugt B-Feld"

$-\dot{\Phi} = U_{ind}$ „Jede Änderung vom magnetischen Fluß erzeugt Spannung"

damit hier: induzierte Spannung $U_{ind} = -\frac{d}{dt}(\vec{B}\,\vec{A} \cdot n)$

mit $\vec{B} \parallel \vec{A}$ in Spule, Fläche A „n-mal" durchsetzt,

(A und n constant sowie μ_0 und l ebenfalls)

$\Rightarrow U_{ind} = -nA \frac{dB}{dt} = -nA \cdot \left(\mu_0 \frac{n}{l}\right) \cdot \frac{dJ}{dt}$

$= -\underbrace{\mu_0 \frac{n^2 A}{l}}_{:= L \text{ „Induktivität"}} \cdot \dot{J} := L\,\dot{J}$

hier $L = \mu_0 \frac{1000^2 \cdot \pi \cdot (0{,}015\,m)^2}{0{,}04\,m} = \underline{22{,}21\ mH}$ ged

für $W_{magn.}$ nütze $W = \int P(t)\,dt = \int U(t) \cdot J(t)\,dt$

$= \int L \cdot \dot{J}\, J\, dt = L \cdot \int J\, dJ = \underline{\underline{\frac{1}{2} L J^2}}$

(2)

sd

1.4) $U_{ind} = L \cdot \dot{I} = 22{,}21\,mH \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 22{,}21\,mH \cdot \frac{4\,mA}{50\,\mu s}$

$$= \frac{88{,}84}{50} \frac{Vs}{A} \cdot \frac{A}{s} = \underline{1{,}777\,V}$$

1.5) $v = \frac{E}{B} = \frac{20\,kV/m}{130\,\mu T} = \underline{1{,}538 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = 51{,}3\,\%\,c}$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - 0{,}51^2}} = \underline{1{,}629 \cdot 10^{-22}\,kg\,\frac{m}{s}}$$

$$E_{Kin} = E - E_0 = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2} - E_0$$

mit $c^2 p^2 = 9{,}301 \cdot 10^{10}\,(eV)^2$

und $E_0 = 511 \cdot 10^3\,eV$

$$\Rightarrow \underline{E_{Kin} = 84{,}1\,keV = 1{,}35 \cdot 10^{-14}\,J}$$

etwas weniger, als es den 100 kV entspricht!

1.6 / 1.7) s. Unterricht / Metzler

für Δp: $\Delta p \geq \frac{\hbar/2}{\Delta x} = \frac{\hbar/2}{5\,\mu m} = \frac{\hbar}{10\,\mu m}$

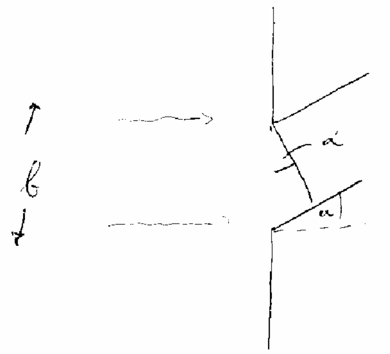
$$\underline{\Delta p \geq 1{,}05 \cdot 10^{-29}\,kg\,\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{Kin} \approx \left|\frac{dE_{Kin}}{dp}\right| \Delta p = \left|\frac{\cancel{2} c^2 p}{\cancel{2}\sqrt{E_0^2 + c^2 p^2}}\right| \Delta p = 1{,}61 \cdot 10^{-21}\,J$$

<u>Sd</u> $\Delta E_{Kin} \geq 10{,}1\,meV$ .. Energieunschärfe ca. $0{,}12 \cdot 10^{-6}$! (3)

18/

$$\lambda = \frac{h}{p} = \boxed{4{,}14\ \text{pm}}$$



$\Delta = b \sin\alpha$

1. Minimum bei $\Delta_1 = \lambda$

2. " " bei $\Delta_2 = 2\lambda$

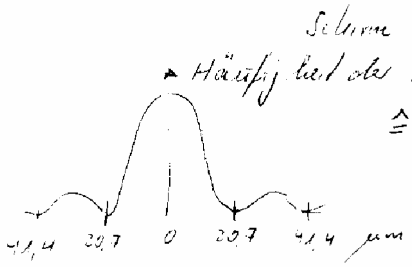
Minima bei $\sin\alpha_n = n\frac{\lambda}{b}$

$\alpha_1 = 4{,}14 \cdot 10^{-5}$

$\alpha_2 = 8{,}28 \cdot 10^{-5}$

Vgl. $\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{x}{s}$ <=> $\boxed{x_1 = s \cdot \alpha_1 = 20{,}7\ \mu m \quad x_2 = 41{,}4\ \mu m}$

und $\sin\alpha \approx \alpha$



Häufigkeit der „Lichtblitze“

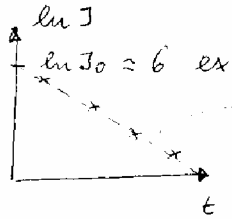
≙ Intensität der Elektronenwelle als Wahrscheinlichkeit!

5 d

4

2.1 s. Arbeitsblatt Metzler

2.2



$\ln I_0 \approx 6$ extrapoliert

Steigung $m \approx 0{,}0003 \frac{1}{s}$

$$\boxed{\begin{aligned} I_0 &\approx e^{b} = \underline{403\,mA} \\ \tau &\approx \underline{3333\,sec} \end{aligned}}$$

damit
$$\boxed{\begin{aligned} U_0 &= I_0 \cdot R \approx \underline{60{,}4V} \\ C_1 &= \frac{\tau}{R} \approx \underline{22{,}2F} \end{aligned}}$$

2.3
$$Q = \frac{1}{2} C U_0^2 - \frac{1}{2} C U^2(45\,min) = \frac{1}{2} C U_0^2 \left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\, 22{,}2F\, (60{,}4V)^2 \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot 45 \cdot 60\,s}{3333\,s}}\right)$$
$$\boxed{Q = 32{,}48\,kJ}$$ ✓

2.4
$$pV = nRT \iff n = \frac{pV}{RT} = \frac{10^5\,Pa \cdot 1m^3}{8{,}314 \frac{J}{mol\,K} \cdot 294{,}15K}$$
$$\boxed{n = 40{,}89\,mol}$$

2.5
$$\frac{p(45\,min)}{p_0} = \frac{T(45\,min)}{T_0} \iff p(45\,min) = 1000\,hPa \cdot \frac{333{,}15K}{294{,}15K}$$
$$\boxed{p(45\,min) = 1132{,}6\,hPa}$$

2.6
$$C_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{32{,}48\,kJ}{39\,K} = \underline{832{,}8\,\frac{J}{K}}$$
$$C_{mol,V} = \frac{C_V}{n} = \frac{832{,}8}{40{,}89} \frac{J}{mol\,K} = \underline{20{,}37\,\frac{J}{mol\,K}}$$

Sd

5

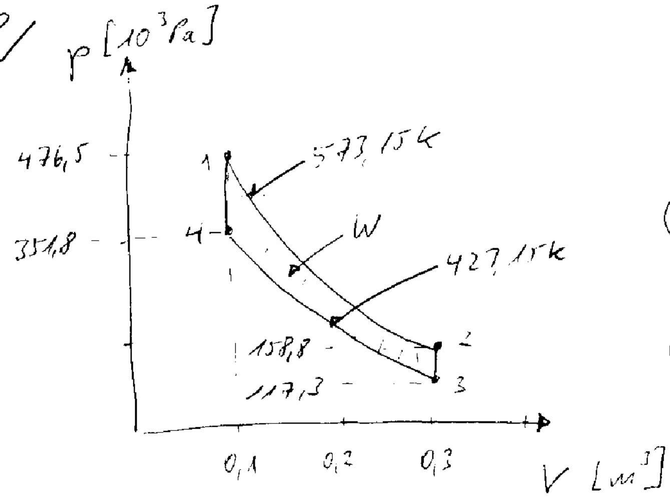
2.7/

$$c_{m,V} = \frac{f}{2} \cdot R \iff f = 2 \cdot \frac{c_{mV}}{R} = \frac{40{,}74 \frac{J}{mol\,K}}{8{,}314 \frac{J}{mol\,K}} = 4{,}9$$

$$\boxed{f \approx 5}$$

damit sicher nicht 1-atomig, sondern vermutlich 2-atomig!

2.8/



① $V = 0{,}1\,m^3$, $T = 573{,}15\,K$
$p = 476{,}5 \cdot 10^3\,Pa$

② $V = 0{,}3\,m^3$, $T = 573{,}15\,K$
$p = 158{,}8 \cdot 10^3\,Pa$

③ $V = 0{,}3\,m^3$, $T = 423{,}15\,K$
$p = 117{,}3 \cdot 10^3\,Pa$

④ $V = 0{,}1\,m^3$, $T = 423{,}15\,K$
$p = 351{,}8 \cdot 10^3\,Pa$

Beschreibung siehe Mitschrift

Arbeit $W = \int_1^2 p(V,T)\,dV + \int_3^4 p(V,T)\,dV$

$= \ldots = n \cdot R\,\Delta T \ln \frac{V_2}{V_1} = nR\Delta T \ln 3$

$= 10\,mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol\,K} \cdot 150\,K \cdot \ln 3 = \underline{\underline{13{,}702\,kJ}}$

$\eta = 1 - \frac{423{,}15\,K}{573{,}15\,K} = \underline{\underline{0{,}262}}$

Sd

6