1. Physik- Klausur im Leistungskurs 13.1

Aufgabe 1: Radioaktiver Zerfall und Relativitätstheorie (60P)

a) Vorgaben:

Viele der Prozesse beim radioaktiven Zerfall finden ihre unmittelbare Deutung erst durch die Relativitätstheorie. So ist die Umwandlung von Masse in reine Energie und zurück „klassisch“ nicht zu verstehen. Durch die hohen Energien liegen zudem die Teilchengeschwindigkeiten der Zerfallsprodukte oft nahe an der Vakuumlichtgeschwindigkeit und erfordern relativistische Energie-Impuls-Berechnungen.

b) Arbeitsaufträge:

1.1 Nenne die unterschiedlichen Arten radioaktiver Strahlung und beschreibe deren wesentlichen Eigenschaften. Gehe dabei auch auf die jeweiligen Energiespektren ein und erläutere deren Zustandekommen. (12P)

1.2 Gib die vollständige Zerfallsreihe vom Th-232 bis zum stabilen Isotop in Kurzschreibweise an. Folge dabei dem wahrscheinlichsten Weg bzw. gib alternative Zerfallswege an. (14P)

1.3 Na-22 ist ein kurzlebiger, mit einer kinetischen Energie von E_β=0,5MeV energiereicher β^+-Strahler, welcher zudem eine Gammastrahlung von 1,275MeV aussendet. Berechne im Ruhesystem des Na-22-Kerns

a) den maximal möglichen Impuls der Positronen (zur Kontrolle und für Aufgabenteil 1.5: $p \approx 5 \cdot 10^{-22}$ kg ·m/s) (4P)

b) die Frequenz und den Impuls der entstehenden Gammastrahlung (zur Kontrolle und für Aufgabenteil 1.5: $f \approx 3 \cdot 10^{20}$ Hz). (4P)

1.4 Beschreibe den Compton- Effekt anhand einer geeigneten Skizze. Berechne zu 1.3 den maximalen Energieübertrag der Gammaquanten auf (quasi- freie) Elektronen eines beliebigen Detektormaterials. (12P)

1.5 Häufig bewegen sich radioaktive Kerne mit hohen Geschwindigkeiten, z.B. nach einer nuklearen Explosion. Berechne

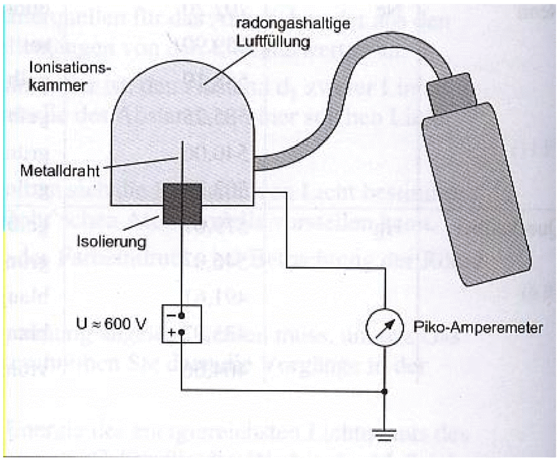
a) zu Aufgabenteil 1.3 die von einem ruhenden Beobachter wahrgenommene maximale relative Geschwindigkeit, den maximalen Impuls und die maximale Gesamtenergie der Positronen, wenn sich der Na-22 Kern mit 80% der Lichtgeschwindigkeit auf den Beobachter zu bewegt. (9P)

b) die Halbwertszeit der Na-22-Kerne im Ruhesystem des Beobachters. (5P)

Aufgabe 2 (40 Punkte): Zerfallsgesetz, experimentelle Befunde und Altersbestimmung

a) Vorgaben:

In dieser Aufgabe geht es um die experimentelle Darstellung des Zerfallsgesetzes am Beispiel vom Radongas Rn-220. Die Abbildung zeigt eine schematische Darstellung eines Versuches zur Bestimmung der Halbwertszeit eines radioaktiven Gases.



Befindet sich in der Ionisationskammer nur Luft, so fließt ein sehr geringer Strom (Untergrund!), da unionisierte Luft keinen Strom leitet. Wird aber Radongas in die Kammer gepumpt, so fließt sofort ein Strom. Je mehr Radon hinein gepumpt wird, desto größer ist dieser. Die folgenden Messwerte wurden nach einigen „Pumpstößen“ und dann sich selbst überlassener Kammer aufgenommen:

t in s	0	15	30	60	90	120	150	180	240	300
I in pA	35,5	31	25,5	19	14	11	9	7	4	4

b) Arbeitsaufträge:

2.1 Leite das Zerfallsgesetz der Form $A(t) = A_0 \cdot \exp(-\lambda t)$ kommentiert aus der Annahme einer zur jeweils vorhandenen Teilchenzahl N proportionalen Aktivität her. (6P)

2.2 Stelle die obigen Messwerte in geeigneter Form graphisch dar und bestimme daraus graphisch die Halbwertszeit. (12P)

2.3 Berechne die Aktivität einer Probe, welche 44ng Po-210 enthält, zu Beginn der Messung und nach 700d. (6P)

2.4 Berechne das Stoffmengen- Verhältnis von Po-216 zu Rn-220 in einer 10 Minuten alten Probe, welche zu Beginn reines Rn-220-Gas enthielt. (6P)

2.5 Zur Altersbestimmung: Die Aktivität eines Gramm lebenden Holzes beträgt rund A=0,208 Bq aufgrund des natürlich vorhandenen C-14-Gehaltes. Die Halbwertszeit von C-14 ist 5730a. Berechne den Anteil von C-14 im (weit überwiegenden, Näherung verwenden!) C-12 sowie das Alter einer Probe aus 40g Kohlenstoff, welche eine Aktivität von nur noch 2,772 Bq zeigt. (10P)

Musterlösung LK - 13.1 , 1. Klausur vom 15.09.09

1.1) α: He-4-Kerne, 2x positiv, stark ionisierend leicht abschirmbar (wenige cm Luft, Blatt Papier)

β: Elektronen $_{-1}^{0}e$ (β^-) oder Positronen $_{+1}^{0}e$ (β^+), Abschirmung durch Aluminiumplatte

γ: Lichtquanten, schwer abschirmbar (Bleiplatten)

Energiespektren: α: kontinuierlich bis max. ca. 10 MeV Entstehung diskret, aber starke WW bereits in Probe

β: kontinuierlich bis ca. 3 MeV, wegen Neutrinos bereits bei Entstehung alle Energien von $0 \ldots E_{max}$ möglich

γ: diskret, scharfe Übergänge zwischen Kernniveaus.

1.2) siehe Nuklidkarte

1.3) a) maximale kinetische Energie : $E_{kin} = 0{,}5$ MeV

$$E_0^2 = E^2 - c^2p^2 \iff p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2}$$

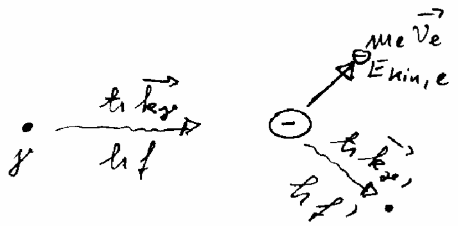
$$\iff p = \frac{e}{c}\sqrt{1{,}011^2 - 0{,}511^2} \cdot 10^6 = \boxed{4{,}66 \cdot 10^{-22}\,\frac{kg\,m}{s}}$$

b) $$f = \frac{E_\gamma}{h} = \frac{1{,}275 \cdot 10^6\,eV}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Js} = \boxed{3{,}08 \cdot 10^{20}\,Hz}$$

$$p_\gamma = \frac{hf}{c} = \boxed{6{,}81 \cdot 10^{-22}\,\frac{kg\,m}{s}}$$

1

1.4/



elastische Streuung,
Energie- und Impulserhaltung,
$\gamma \rightarrow \gamma'$ mit kleinerer Frequenz

$$E_{\gamma'} = E_\gamma \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{E_0}(1 - \cos\vartheta)}$$

max. Energieübertrag bei Rückstreuung : $\vartheta = 180° \Rightarrow$
$1 - \cos\vartheta = 2$

$$\Rightarrow \quad E_{\gamma'} = E_\gamma \frac{1}{1 + \frac{2E_\gamma}{E_0}}$$

Energieübertrag $\Delta E = E_\gamma - E_{\gamma'} = E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_\gamma}{E_0}}\right)$

$$= E_\gamma \left(\frac{\frac{2E_\gamma}{E_0}}{1 + \frac{2E_\gamma}{E_0}} \right) = E_\gamma \frac{1}{1 + \frac{E_0}{2E_\gamma}}$$

$$= E_\gamma \cdot 0{,}833 = \underline{1{,}062 \text{ MeV}}$$

1.5/ rel. Addition von Geschwindigkeiten

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

u' muss aus p (Aufgabe 1.3) bestimmt werden:

2

Forts. 1.5a)

$$u' = \frac{p'}{m} = \frac{p'}{\frac{E}{c^2}} = \frac{4{,}66 \cdot 10^{-22}\,kg\frac{m}{s}}{\frac{1{,}011\,MeV}{c^2}} = \frac{4{,}66 \cdot 10^{-22}\,c^2\,kg\frac{m}{s}}{1{,}011 \cdot 10^6\,eV}$$

$$u' = 2{,}589 \cdot 10^8\,\frac{m}{s} = 86{,}3\,\%\,c$$

$$u = \frac{86{,}3\%\,c + 80\%\,c}{1 + 86{,}3\% \cdot 80\%} = \boxed{98{,}38\,\%\,c}$$

$$p = m u = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \cdot u = \frac{m_0\, 98{,}38\%\,c}{\sqrt{1-98{,}38\%^2}}$$

$$\boxed{p = 1{,}4998 \cdot 10^{-19}\,kg\frac{m}{s}}$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2} = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p^2} = c^2\sqrt{m_0^2 + \frac{p^2}{c^2}}$$

$$= 4{,}499 \cdot 10^{-11}\,J = \boxed{280{,}83\,MeV}$$

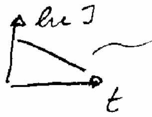
1.5b)

~~Dopplereffekt~~ $\cancel{\nu' = \nu\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}}$

$$t_H = \frac{t_{H,Ruhe}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2h}{\sqrt{1-0{,}8^2}} = \frac{2h}{0{,}6} = 3{,}\bar{3}h$$

2.1) s. Unterrichtsmitschrift

2.2) „geeignet": halb logarithmisch



Steigung $m = -\lambda =$

$\Rightarrow t_H = \frac{\ln 2}{\lambda} =$

3

2.3

$$A_0(t) = \lambda \cdot N(t) = \lambda \cdot \frac{m}{\mu} \cdot N_A = \frac{\ln 2}{138{,}38\,d} \cdot \frac{44 \cdot 10^{-9}\,g}{210\,\frac{g}{mol}} \cdot N_A$$

$$\boxed{A_0 = 7{,}315\,\mu Bq}$$

$$A(700d) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_H}} = 7{,}315\,\mu Bq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{700}{138{,}38}}$$

$$= \underline{0{,}22\,\mu Bq}$$

2.4

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \iff \frac{N_{Po-216}}{N_{Rn-220}} = \frac{\lambda_{Rn-220}}{\lambda_{Po-216}} = \frac{t_{H,Po}}{t_{H,Rn}}$$

$$= \frac{0{,}15\,s}{55{,}6\,s} = \underline{\underline{2{,}7 \cdot 10^{-3}}}$$

2.5 weniger als die Hälfte / mehr als 1/6 } siehe Halbwertszeiten und Musterlösung zu Aufgabe 6a

2.6 Anteil

$$\frac{N_{C-14}}{N_{C-12}} \approx \frac{N_{C-14}}{N_{C\,ges}} \approx \frac{N_{C-14}}{\frac{m \cdot N_A}{\mu_{C-12}}} = \frac{\frac{A}{\lambda}}{\frac{m \cdot N_A}{\mu_{C-12}}}$$

$$= \frac{A \cdot t_{H,C-14}}{\ln(2)} \cdot \frac{\mu_{C-12}}{m \cdot N_A} = \frac{0{,}208\,Bq \cdot 5730a \cdot 12\frac{g}{mol}}{\ln(2) \cdot 1g \cdot N_A}$$

$$= \underline{1{,}08 \cdot 10^{-12}}$$

Alter: $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t} \iff \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\lambda t$

$$\iff t = \ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right) \cdot \frac{t_H}{\ln 2} = \ln\left(\frac{40 \cdot 0{,}208}{2{,}772}\right) \cdot \frac{t_H}{\ln 2} = \underline{\underline{9085{,}8a}}$$

4